

EL SENTIDO DEL SINSENTIDO

DAMIÁN E. SZMUC

IIF-SADAF - CONICET - Universidad de Buenos Aires

dszmuc@sadaf.org.ar

Resumen

En este artículo propondremos, discutiremos y formalizaremos criterios gracias a los cuales podría legítimamente decirse que una inferencia o argumento es *analítico* o *sintético*. Para ello, necesitaremos discutir la noción de *asunto* de una oración o fórmula, que será crucial en la determinación del carácter analítico o sintético de las inferencias. En el curso de dicha discusión, intentaremos mostrar que hay un interés filosófico en considerar semánticas para sistemas de lógica que admiten valores de verdad *sin sentido*, para lo cual haremos uso esencial de dos sistemas de “Lógicas del Sin sentido” introducidos por Dimitri Bochvar y Sören Halldén, respectivamente. El interés de considerar sistemas con semánticas de este tipo reside en que, bajo ciertas condiciones, dichos sistemas podrán ser tenidos por analíticos, o sintéticos.

PALABRAS CLAVE: Lógicas del sinsentido; Lógicas infecciosas; Lógicas no clásicas; Inferencias analíticas; Inferencias sintéticas.

Abstract

In this paper, we will propose, discuss and formalize criteria that will allow us to legitimately claim that an inference or argument is *analytic* or *synthetic*. To do so, we will need to discuss the notion of *subject matter* of a given sentence or formula, for this notion will be crucial in determining the analytic and/or synthetic nature of inferences. In due course, we will try to show that there is a certain philosophical interest in entertaining semantics for logical systems that admit truth-values that are *nonsense*, and that is why we will make essential use of two “Logics of Nonsense” introduced by Dimitri Bochvar and Sören Halldén, respectively. The interest of considering systems with these semantics will be that, under certain conditions, such systems could be taken as analytic, or synthetic.

KEY WORDS: Logics of Nonsense; Infectious Logics; Non-Classical Logics; Analytic Inferences; Synthetic Inferences.

1. Introducción

La lógica es la disciplina filosófica que se ocupa de determinar cómo y por qué un argumento es válido o, en su defecto, inválido. Por supuesto, también se ocupa de llevar adelante todas las discusiones metafísicas, ontológicas, pragmáticas —y, si las hubiere, éticas y políticas— que surgen al tratar de responder a la cuestión primaria. Para llevar a cabo este conjunto de tareas, en el transcurso de la historia

de la filosofía, los estudiosos han tomado distintos caminos. El camino que nos interesa en este artículo para estudiar diversas lógicas es el *semántico*: el que recorren aquellos que creen que, para determinar si un argumento es válido o inválido, basta con prestar atención a determinadas características propias del *significado* de las premisas y la conclusión de dicho argumento.

Determinar el significado de las premisas y la conclusión de un argumento puede ser, sin duda, una cuestión que en sí misma encierra un número de problemáticas. En este artículo seguiremos la tradición contemporánea y entenderemos el significado de una oración como *el valor de verdad* otorgado a la fórmula que formaliza dicha oración. Seguiremos, también, el uso corriente de plantear las discusiones en el nivel de la lógica proposicional, pues si estos asuntos resultan de interés para dicho conjunto de sistemas, probablemente también lo serán para formalismos filosóficamente más jugosos, como la lógica de predicados de primer orden.

En este artículo propondremos, discutiremos y formalizaremos criterios gracias a los cuales podría legítimamente decirse que una inferencia o argumento es o bien *analítico* o bien *sintético*. Para ello, utilizaremos un criterio “sintáctico” para la determinación de lo que llamaremos el *asunto* de una oración. En el curso de dicha discusión, intentaremos mostrar que hay un interés filosófico en considerar semánticas para sistemas de lógica proposicional que admiten valores de verdad *sin sentido*. Dicho interés está fuertemente relacionado con la tradición contemporánea de desarrollo de lógicas *relevantes* o *relevantistas*, estimulado particularmente por lógicos de la talla de Anderson, Belnap y Parry. Para lograr este cometido, haremos uso esencial de dos sistemas de “lógicas del sinsentido” introducidos el siglo pasado por Dimitri Bochvar y Sören Halldén, respectivamente.

El presente trabajo se estructura como sigue. En la Sección 2 se introducen una serie de elementos técnicos preliminares. En la Sección 3 se presentan y discuten criterios para determinar si un argumento es analítico o sintético. En la Sección 4 se presentan formalmente las lógicas de sinsentido de Bochvar y Halldén y se muestra que algunos de sus subsistemas cumplen con una serie de refinamientos del criterio de relevancia de Anderson y Belnap. Dichos criterios, denominados \models -Principio Proscriptivo y \models -Principio Permisivo, están —respectivamente— relacionados con una posible lectura del carácter analítico y sintético de los argumentos.

2. Preliminares técnicos

Adelantamos en la sección anterior dos puntos nodales del abordaje técnico que llevaremos a cabo en este trabajo. Dijimos, oportunamente, que trabajaremos con lógicas proposicionales. Esto implicará que consideraremos lenguajes lógicos típicamente conformados por un conjunto de conectivos lógicos de variada *aridad* y un conjunto infinito enumerable de letras proposicionales p, q, r , etc. En todos los casos trabajaremos con un vocabulario lógico \mathcal{L} que contendrá los símbolos \wedge, \vee, \neg , paradigmáticamente implementados para representar la conjunción, la disyunción y la negación. En este lenguaje, definiremos el conjunto de fórmulas bien formadas como el conjunto *Form* y utilizaremos letras griegas mayúsculas como metavariables para los conjuntos de fórmulas, y letras latinas mayúsculas como metavariables para las fórmulas de dicho lenguaje.

Por último —pero no menos importante— definimos el *conjunto de átomos de una fórmula* B , que escribiremos $\text{At}(B)$, como el conjunto de letras proposicionales que aparecen en la fórmula B . Haremos lo análogo para el *conjunto de átomos de un conjunto de fórmulas* Γ , que escribiremos $\text{At}(\Gamma)$, definiéndolo como la unión del conjunto de átomos de todas las fórmulas C que son miembros de Γ .

Declaramos, asimismo, que trabajaremos estudiando a los sistemas lógicos desde el punto de vista semántico. Volviéndonos ahora hacia la faceta más formal de este estudio, brindaremos a continuación una serie de definiciones preliminares que revisten un carácter fundamental para entender las secciones venideras.

En primer lugar, entenderemos por una lógica a un par ordenado $\langle \mathcal{L}, \models_{\mathcal{L}} \rangle$, donde el primer elemento es un lenguaje lógico y el segundo elemento es una *relación de consecuencia* entre conjuntos de fórmulas y fórmulas. En segundo lugar, esta relación de consecuencia es obtenida luego de aplicar una serie de consideraciones a una estructura denominada *matriz lógica* que consiste en un par ordenado $\langle \mathbf{L}, \mathcal{D}_{\mathbf{L}} \rangle$. La primera coordenada de este par es un álgebra \mathbf{L} , que a su vez definimos como un par $\langle \mathcal{V}_{\mathbf{L}}, \mathcal{O}_{\mathbf{L}} \rangle$ cuyo universo es $\mathcal{V}_{\mathbf{L}}$, y su conjunto de operaciones es $\mathcal{O}_{\mathbf{L}}$. Llamaremos al conjunto $\mathcal{V}_{\mathbf{L}}$ el conjunto de *valores de verdad de la lógica* \mathbf{L} , y al conjunto $\mathcal{D}_{\mathbf{L}}$ (un subconjunto propio de $\mathcal{V}_{\mathbf{L}}$) el conjunto de *valores de verdad designados, o distinguidos, de la lógica* \mathbf{L} . Alternativamente, diremos que si un determinado elemento x pertenece a $\mathcal{D}_{\mathbf{L}}$ —lo cual notaremos como $x \in \mathcal{D}_{\mathbf{L}}$ — entonces x es *designado* o *distinguido*.

En tercer lugar, las consideraciones que se deben aplicar para obtener una relación de consecuencia a partir de una matriz lógica son

las siguientes. Definimos v , una *función de valuación* sobre una matriz lógica como un mapeo de los elementos del conjunto de fórmulas *Form* al conjunto de valores de verdad \mathcal{V}_L , como es corriente en la literatura. Luego, dado un conjunto de fórmulas Γ y una fórmula B , si para toda función de valuación v , siempre que toda $C \in \Gamma$ es tal que $v(C) \in \mathcal{D}_L$, esto implica $v(B) \in \mathcal{D}_L$, entonces diremos que B es consecuencia semántica de Γ en la matriz lógica que caracteriza a la lógica L . Notaremos esto como $\Gamma \models_L B$.

3. Argumentos analíticos y argumentos sintéticos

En esta sección tenemos como objetivo proponer, justificar y formalizar las nociones de *argumento analítico* y *argumento sintético*. El objetivo es lograr extender las nociones de analítico y sintético, comprensibles en relación a enunciados, para que se apliquen, también, a argumentos.

De este modo, lo primero que debemos destacar es que al referirnos a argumentos analíticos o sintéticos no pretendemos enfocar nuestra atención en argumentos cuyas premisas o conclusiones son, respectivamente, enunciados analíticos o sintéticos. Por el contrario, se trata de intentar *extender por analogía* las nociones de analiticidad y de sinteticidad.

En este sentido, lo propio de estas nociones, aplicadas a enunciados, es que refieren a la relación entre la *verdad* de un enunciado y los *significados de las expresiones* involucradas en él. Es así que la frase “Los solteros son no casados” es tenida por analítica, pues su verdad depende del significado de las expresiones “soltero” y “no casado”. Mientras que la verdad de la frase “Los solteros son sinceros” no puede determinarse de este modo, refiriéndonos ahora a las expresiones “soltero” y “sincero”, sino que depende, además, de cómo sea el mundo (para determinar v.g. si hay solteros insinceros), y es por eso que dicho enunciado es tenido por sintético. Dados nuestros objetivos en lo que sigue del trabajo, es apropiado recordar las consideraciones de Immanuel Kant (1781/2009, A6-7) sobre estos menesteres, donde destaca a los enunciados analíticos como aquellos donde el predicado está *incluido* o *contenido* en el sujeto, y a los sintéticos como aquellos donde esto último no se da.

En lo que sigue propondremos aplicar estas nociones a argumentos. Al extenderse a este ámbito, estas nociones referirán a variadas relaciones de inclusión entre los *asuntos* de —es decir, *aquello de lo que hablan*— tanto de las premisas como de la conclusión de un

determinado argumento.¹ Esta propuesta lleva consigo un número de sutilezas.

En primer lugar, notemos que la determinación de la validez o invalidez de un argumento tal como la entendemos en este trabajo, depende de la lógica subyacente utilizada en cada caso. No sería correcto afirmar que hay argumentos analíticamente válidos o sintéticamente válidos *simpliciter*. Sí lo sería, en cambio, afirmar que hay argumentos válidos *en cierta lógica* que son también analítica o sintéticamente válidos, tanto como hay argumentos válidos en cierta lógica que no son analítica o sintéticamente válidos. En consonancia, también podremos considerar argumentos inválidos en cierta lógica que cumplen los requisitos para ser analíticos o sintéticos, tanto como argumentos inválidos en cierta lógica que no cumplen dichos requisitos. De este modo, cabe notar que el carácter analítico o sintético de un argumento y su validez refieren a criterios *ortogonales*.

En segundo lugar, debemos hacer explícita una particularidad presente en nuestra elección para formalizar la noción de asunto de una oración o fórmula. Para ello, definiremos el *asunto* de una fórmula B como el *conjunto de átomos* proposicionales, también llamados letras o variables proposicionales, que aparecen en la fórmula B , v.g. $At(B)$, generalizando esto, apropiadamente, para conjuntos de fórmulas.²

Por una parte, esta elección, que identifica el asunto de una oración con el conjunto de proposiciones que aparecen en su formalización, retrata nuestra propuesta para estudiar la analiticidad o la sinteticidad como una propiedad *sintáctica* de los argumentos. En la medida en que la determinación del asunto de una oración o fórmula depende de criterios sintácticos, el carácter analítico o sintético de un argumento también lo hará.³

¹ Podría sugerirse una subsiguiente ampliación del presente enfoque a argumentos con *múltiples* conclusiones. Usualmente (véase Shoesmith y Smiley 1978) un argumento con conclusiones múltiples que va de Γ a Δ es tenido por válido si y solo si siempre que *todas* las premisas de Γ son verdaderas, entonces *alguna* de las conclusiones en Δ es verdadera. Las consideraciones aquí expuestas son generalizables a estos casos.

² Nótese que la extensión a la lógica de predicados (de primer orden o de orden superior) de este criterio no es necesariamente obvia. Asimismo, este criterio es aplicable a la lógica de primer orden *sin cuantificadores*, pues dicha lógica es (traducción mediante) esencialmente una lógica proposicional.

³ Esto no contradice lo dicho en el inicio de este trabajo, donde mencionamos que estudiaríamos a las lógicas, es decir, a la determinación de la validez de un argumento, desde un punto de vista *semántico*. Sin embargo, la exigencia de analiticidad o sinteticidad puede verse como un “filtro sintáctico” ortogonal al problema (que aquí tra-

Por otra parte, esta propuesta implica una disanalogía en el análisis de los enunciados y los argumentos analíticos o sintéticos. En el caso de los enunciados analíticos o sintéticos, el elemento que atrae el foco principal es el *significado* de las expresiones involucradas, mientras que, en el caso de los argumentos, el elemento central es el *asunto* de las oraciones o fórmulas involucradas. Pero, ¿por qué en este segundo caso no es determinante el *significado* de las oraciones involucradas? ¿Acaso el significado y el asunto no están relacionados?

La respuesta a estas preguntas es compleja. Ciertamente, hay alguna relación entre el significado y el asunto de una oración. Pero su relación no es de identidad. Si comprendemos el significado de una oración como el valor de verdad que ella tiene, entonces es natural admitir —con Lewis (1988) y Yablo (2014)— que oraciones que tienen el mismo valor de verdad pueden, sin embargo, hablar de distintas cosas, es decir, *tener distinto asunto*. De esto extraemos que la noción de asunto es, al menos, *intensional*. Si, seguidamente, admitimos que oraciones que tienen *necesariamente* el mismo valor de verdad pueden hablar de distintas cosas,⁴ es decir, tener distinto asunto, concluiremos que la noción de asunto es *hiperintensional*. De modo que, si deseamos describir a los argumentos con propiedades analíticas o sintéticas haciendo uso de la noción de asunto (como hemos propuesto más arriba), entonces como esta última es una noción hiperintensional, no podrá ser rescatada por el mero significado de las oraciones, por su valor de verdad, pues dicha característica es una propiedad extensional.

A continuación, propondremos distintos criterios para clasificar un argumento como analítico o sintético. El lector debe notar que estas distintas caracterizaciones pueden no ser equivalentes sino

tamos con un enfoque semántico) de la determinación de la validez de un argumento.

Naturalmente, es posible estudiar ciertos sistemas de lógica de manera sintáctica (i.e. desde una teoría de la prueba determinada). Si este fuera el camino elegido, entonces la determinación de los argumentos analítica o sintéticamente válidos de una lógica podría ser considerada una tarea exclusivamente sintáctica. No obstante, no es este el camino que tomamos en el presente trabajo.

⁴ Consideremos el ejemplo de proposiciones matemáticas verdaderas, por ejemplo: $2 + 2 = 4$, y el último teorema de Fermat (“Si n es un número entero mayor que 2, entonces no existen números enteros positivos a , b , c , tales que se cumpla la igualdad $a^n + b^n = c^n$ ”). Si adherimos a la tradición que sostiene que las proposiciones matemáticas son necesarias, entonces claramente podemos observar que los enunciados antes mencionados tienen el mismo valor de verdad necesariamente, pero no tienen el mismo asunto. Esto último porque, como es intuitivo, el primero habla sobre la relación del número 2 con el número 4, y el segundo habla sobre una cierta relación que las potencias de números enteros positivos mayores que 2 tienen entre sí.

alternativas. Nuestra tarea será ofrecer distintas aproximaciones a este fenómeno y luego mostrar, en lo que sigue del trabajo, que ciertas lógicas formales son tales que todos sus argumentos válidos son analíticos o sintéticos, bajo *alguna* de las acepciones de estos términos discutidas en lo que sigue.⁵

Diremos, en una primera aproximación, que un argumento es analítico si el conjunto de temas del que habla la conclusión *no excede* el conjunto de temas del que hablan las premisas. Alternativamente, diremos en una segunda aproximación que un argumento es analítico si el conjunto de temas del que habla la conclusión *está incluido* en el conjunto de temas del que hablan las premisas. En este sentido, sostendremos que lo dicho en la conclusión es fruto de un mero análisis de lo dicho en las premisas. Un caso notable de un argumento clásicamente válido que goza también de la suerte de ser analítico será, por ejemplo, cualquier instancia del esquema de argumento “*A y B, por lo tanto, A*”, usualmente llamado eliminación de la conjunción. Asimismo, un caso notable de argumento clásicamente válido que *no* goza de la suerte de ser analítico será, por ejemplo, cualquier instancia del esquema de argumento “*A, por lo tanto, A o B*”, usualmente llamado introducción de la disyunción.⁶

En segundo lugar, diremos, en una primera aproximación, que un argumento es sintético si el conjunto de asuntos del que habla la conclusión *excede* el conjunto de temas del que hablan las premisas. Alternativamente, diremos en una segunda aproximación que un argumento es sintético si el conjunto de asuntos del que habla la conclusión *no está incluido* en el conjunto de temas del que hablan las premisas. En este sentido, sostendremos que lo dicho en la conclusión es una síntesis entre aquello dicho en las premisas y otros temas no mencionados en las premisas. Un caso notable de un argumento

⁵ Sirva esto como aclaración de que *no* requeriremos que todos los criterios propuesto se cumplan para que un argumento pueda ser llamado analítico o sintético, i.e. *no exigiremos la conjunción de ellos*. Asimismo, nótese que estos criterios no son equivalentes. Por ejemplo, en los casos que discutiremos a continuación, “no es el caso que $At(A)$ es subconjunto propio de $At(B)$ ” no equivale a “ $At(B)$ está contenido en $At(A)$ ”, pues la inclusión es un orden parcial y dos conjuntos podrían no ser comparables. Agradezco a un evaluador anónimo la discusión de estas consideraciones.

⁶ Nótese que en estas consideraciones está tácitamente asumido que $At(B)$ no está contenido en $At(A)$. En otro orden de cosas, un caso de argumento clásicamente inválido que cumple, sin embargo, con los requerimientos para ser analítico será cualquier instancia del esquema de argumento “*A o B, por lo tanto, A*”. No obstante, cabe aclarar que no cualquier instancia de este esquema de argumento resulta inválida: si *B* es una oración insatisfacible, entonces el argumento es válido. Agradezco a un evaluador anónimo por sugerirme estas aclaraciones.

clásicamente válido que goza también de la suerte de ser sintético será, por ejemplo, cualquier instancia del esquema de argumento “*A, por lo tanto, A o B*”. Asimismo, un caso notable de argumento clásicamente válido que *no* goza de la suerte de ser sintético será, por ejemplo, cualquier instancia del esquema de argumento “*A y B, por lo tanto, A*”.⁷

Habiendo discutido estos puntos, procedemos ahora a proveer formalizaciones adecuadas de nuestras propuestas. Volvamos a recordar nuestra tentativa para entender los argumentos analíticos. Nuestra caracterización negativa decía que un argumento analítico es tal que el conjunto de temas de los que habla la conclusión *no excede* el conjunto de temas del que hablan las premisas. Si caracterizamos al conjunto de temas de los que habla la conclusión B como $\text{At}(B)$, y al conjunto de temas de los que hablan las premisas Γ como $\text{At}(\Gamma)$, entonces lo que precisamos de manera negativa es:

(A1) El argumento de Γ a B es *analítico*, si *no* se da que $\text{At}(\Gamma) \subsetneq \text{At}(B)$

Seguidamente, lo que precisamos a través de nuestra caracterización positiva es que el conjunto de temas de los que habla la conclusión esté *incluido* en el conjunto de temas del que hablan las premisas, es decir:

(A2) El argumento de Γ a B es *analítico*, si *de hecho* se da que $\text{At}(B) \subseteq \text{At}(\Gamma)$

Esto deja abierto si debe ser un subconjunto propio (léase: $\text{At}(B) \subsetneq \text{At}(\Gamma)$) o si puede ser un subconjunto impropio (léase: $\text{At}(B) \subseteq \text{At}(\Gamma)$).⁸

⁷ Nótese que en estas consideraciones está tácitamente asumido que $\text{At}(A)$ no está contenido en $\text{At}(B)$. En otro orden de cosas, un caso de argumento clásicamente inválido que cumple, sin embargo, con los requerimientos para ser sintético será cualquier instancia del esquema de argumento “*A, por lo tanto, no A o B*”. No obstante, cabe aclarar que no cualquier instancia de este esquema de argumento resulta inválida: si B es una oración tautológica, entonces el argumento es válido. Agradezco a un evaluador anónimo por sugerirme estas aclaraciones.

⁸ No es del todo sencilla la generalización de esta definición al caso de la consideración de argumentos con conclusiones múltiples Δ . En la línea de la caracterización positiva, podemos concebir dos alternativas para decir que un argumento que va de Γ a Δ es analítico.

Una primera opción sería requerir que el conjunto de temas del que habla *algún* subconjunto Δ^* de las conclusiones Δ esté *incluido* en el conjunto de temas del que hablan las premisas, es decir:

Análogas discusiones surgen de nuestra propuesta para entender a los argumentos sintéticos. Nuestra caracterización negativa decía que un argumento sintético es tal que el conjunto de temas de los que habla la conclusión *excede* o *no está incluido* en el conjunto de temas del que hablan las premisas. Si caracterizamos al conjunto de temas de los que habla la conclusión B como $\text{At}(B)$ y al conjunto de temas de los que hablan las premisas Γ como $\text{At}(\Gamma)$, entonces lo que precisamos de manera negativa es:

(S1) El argumento de Γ a B es *sintético*, si *no* se da que $\text{At}(B) \not\subseteq \text{At}(\Gamma)$.

Seguidamente, lo que precisamos a través de nuestra caracterización positiva admite varias lecturas.⁹

Una primera lectura implicaría que el conjunto de temas de la conclusión *tiene permitido exceder* el conjunto de temas de las premisas, tomado este último como un todo, es decir:

(A3) El argumento de Γ a Δ es analítico, si *de hecho* existe un conjunto $\Delta^* \subseteq \Delta$, tal que $\text{At}(\Delta^*) \subseteq \text{At}(\Gamma)$

Otra opción sería requerir que el conjunto de temas del que habla *todo* subconjunto Δ^* de las conclusiones Δ *esté incluido* en el conjunto de temas del que hablan las premisas, es decir:

(A4) El argumento de Γ a Δ es analítico, si *de hecho* se da que $\text{At}(\Delta) \subseteq \text{At}(\Gamma)$

Sin desmedro del atractivo potencial de (A4), llamo la atención sobre el hecho de que aceptar esta alternativa implicaría *a fortiori* adoptar una lógica no monótona para las inferencias analíticas, i.e. una lógica que no admite la regla estructural de debilitamiento para conclusiones (véase Paoli 2008, p. 6). En otras palabras, nos referimos a una lógica según la cual *no* se daría que, para todo conjunto de fórmulas Γ, Δ, Δ^* :

si del conjunto Γ se sigue Δ , entonces del conjunto Γ se sigue la unión de los conjuntos Δ y Δ^*

Para ver esto, basta asumir que el argumento de Γ a Δ es analítico según (A4), y que $\text{At}(\Delta^*)$ no está incluido en $\text{At}(\Delta)$. Luego, del conjunto Γ *no* se sigue *analíticamente* la unión del conjunto Δ y Δ^* . Concluyo al respecto que, si bien constituye una alternativa filosóficamente interesante, pareciera asimismo representar una opción demasiado revisionista desde el punto de vista lógico.

⁹ Tampoco es simple la generalización de esta definición al caso de la consideración de argumentos con conclusiones múltiples Δ . No discutimos este caso aquí, pero notamos que, por mor de la exhaustividad, reviste un cierto interés.

(S2) El argumento de Γ a B es *sintético*, si *de hecho* existe un conjunto $X \subseteq \text{At}(\Gamma)$, tal que $X \subseteq \text{At}(B)$.

Una segunda lectura implicaría que el conjunto de temas de la conclusión *tiene permitido exceder* el conjunto de temas de las premisas, entendiendo por esto que puede exceder el conjunto de temas de *algún subconjunto de las premisas*, es decir:¹⁰

(S3) El argumento de Γ a B es *sintético*, si *de hecho* existe un conjunto $\Gamma^* \subseteq \Gamma$, tal que $\text{At}(\Gamma^*) \subseteq \text{At}(B)$.

Habiendo aclarado ya las propuestas¹¹, cabe señalar que dado lo dicho en los anteriores párrafos, podemos preguntarnos por el *fragmento analítico* y por el *fragmento sintético* de una cierta lógica, donde por estos elementos debe entenderse el subconjunto de inferencias válidas en esa determinada lógica que, además, poseen la característica de ser

¹⁰ Un evaluador anónimo pregunta por qué no pedir, en lugar de S3 (o como alternativa a S3) que $\text{At}(\Gamma)$ esté contenido en $\text{At}(B)$. Frente a esto, cabe ofrecer la siguiente respuesta. Abrazar esta alternativa implicaría *a fortiori* abrazar una lógica no monótona para las inferencias sintéticas, i.e. una lógica que no admite la regla estructural de debilitamiento para premisas (véase Paoli 2008, p. 6). En otras palabras, nos referimos a una lógica según la cual *no* se daría que, para todo conjunto de fórmulas Γ, Γ^* :

si del conjunto Γ se sigue B , entonces de la unión de los conjuntos Γ y Γ^* se sigue B .

Para ver esto, basta asumir que el argumento de Γ a B es sintético según este criterio alternativo, y que $\text{At}(\Gamma^*)$ no está incluido en $\text{At}(B)$. Luego, de la unión del conjunto Γ y el conjunto Γ^* *no* se sigue *sintéticamente* B . De este modo, concluyo que, si bien constituye una alternativa filosóficamente interesante, pareciera asimismo representar una opción demasiado revisionista desde el punto de vista lógico.

¹¹ Nótese que todas las propuestas mencionadas admiten (es decir, no excluyen) la posibilidad de que B sea una fórmula lógicamente verdadera y, por tanto, que el conjunto X o el conjunto Γ^* sean vacíos. En estos casos, las condiciones respectivas se cumplirían *siempre*. Informalmente, diremos que estos casos límites son triviales, y diremos que aquellas lógicas que no tienen fórmulas lógicamente verdaderas admiten solamente casos no triviales de argumentos sintéticos. Lo análogo sucede con el potencial caso de argumentos con conclusiones múltiples Δ y las inferencias analíticas. Nótese que todas las propuestas mencionadas admiten la posibilidad de que Γ contenga solo fórmulas lógicamente falsas y, por tanto, que el conjunto Δ sea vacío. En estos casos, las condiciones respectivas se cumplirían *siempre*. Informalmente, diremos que estos casos límites son triviales, y diremos que aquellas lógicas que no tienen fórmulas lógicamente falsas admiten solamente casos no triviales de argumentos analíticos. Agradezco a un evaluador anónimo por sugerirme estas aclaraciones.

inferencias analíticas o sintéticas, según el caso. Asimismo —y aún más importante— diremos que un sistema lógico es *él mismo* analítico solo si todos los argumentos válidos en él son analíticos. Del mismo modo, diremos que un sistema lógico es *él mismo* sintético solo si todos los argumentos válidos en él son sintéticos.

Tras recorrer los devenires de la presente discusión, es natural preguntarse si existe alguna técnica o metodología para obtener lógicas analíticas o sintéticas. En lo que resta del artículo veremos que las lógicas del sinsentido de Bochvar y Halldén proveen elementos técnicos que nos permiten obtener lógicas que —sostendremos— pueden ser legítimamente llamadas analíticas y sintéticas.

4. Lógicas del sinsentido y lógicas infecciosas

En esta sección presentamos, finalmente, las lógicas del sinsentido de Bochvar (1938/1981) y Halldén (1949) y definimos a partir de estas una familia de lógicas con un comportamiento semántico similar, las cuales nos servirán para proveer sistemas con comportamientos analíticos o sintéticos.

Las lógicas del sinsentido fueron consideradas deliberadamente por Dimitri Bochvar y Sören Halldén para lidiar con argumentos y razonamientos que incluyen oraciones *sin sentido*. Estas expresiones sin sentido no deben ser confundidas ni tenidas por verdaderas, ni por falsas. En rigor, debe asignársele *un tercer valor de verdad* para poder hacer justicia a su condición semántica. Bochvar, inicialmente, concibió un sistema de estas características para tratar con oraciones paradójicas, tales como la ya clásica paradoja del mentiroso¹² (i.e. “Esta oración es falsa”). Por su parte, con las lógicas del sinsentido Halldén pretendió modelar, también, el fenómeno de la *vaguedad* presente, por caso, en la helénica paradoja de Sorites.¹³

Hay, no obstante, un conjunto de notables diferencias entre las lógicas del sinsentido de Bochvar y de Halldén (y por tanto en todos los respectivos subsistemas). La que cabe señalar aquí respecta a lo que podría marcarse como una diferencia de políticas respecto del sinsentido. Para decirlo de manera cabal, la *política de Bochvar* respecto de los argumentos que incluyen oraciones sin sentido o asignificativas es que todo argumento que tenga premisas verdaderas y conclusión no verdadera (esto es, o

¹² Véase Barrio (2014) para una compilación en español de las soluciones operacionales más difundidas a este tipo de problemas.

¹³ Véase Gómez Torrente (2015) para una discusión en español de las soluciones más difundidas a este tipo de fenómenos.

bien falsa, o bien sin sentido) es un argumento inválido. Por lo tanto, del enfoque de Bochvar puede extraerse que su política es considerar al valor de verdad sinsentido como no distinguido o no designado.

Contrariamente, la *política de Halldén* respecto del tipo de argumentos recién mencionado es que solo los argumentos que tengan premisas no falsas (esto es, o bien verdaderas, o bien sin sentido) y conclusiones falsas deben ser considerados inválidos. Por lo tanto, del enfoque de Halldén puede extraerse que su política es considerar al valor de verdad sinsentido como distinguido o designado. Esta oposición se hará manifiesta cuando demos más abajo las definiciones pertinentes.

Nótese que, por otra parte, puede argüirse que las políticas de Bochvar y de Halldén no son las únicas que pueden adoptarse frente al sinsentido. En particular, podría admitirse un valor no clásico de este tipo, sin que ello exija incurrir en el tipo de comportamiento semántico que exhiben las lógicas que detallamos¹⁴ a continuación.¹⁵

Definición. Una *matriz lógica del sinsentido* (trivaluada) es un par $\langle \mathbf{3}, \mathcal{D}_3 \rangle$ tal que $\mathbf{3}$ es un álgebra $\langle \mathcal{V}_3, \mathcal{O}_3 \rangle$, donde dichos conjuntos pueden describirse de la siguiente manera:

$$\mathcal{V}_3 = \{t, i, f\}$$

$$\mathcal{D}_3 \subseteq \{t, i\}$$

$$\mathcal{O}_3 = \{f^\neg, f^\wedge, f^\vee\} \text{ y cada una de estas funciones es como sigue}$$

	f^\neg		f^\wedge	t	i	f		f^\vee	t	i	f
t	f	t	t	t	i	f	t	t	t	t	t
i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i	i
f	t	f	f	f	i	f	f	t	i	f	f

¹⁴ En particular, utilizando terminología que explicaremos en breve, el sinsentido no tiene por qué tener un comportamiento *ineficcioso*. Si uno creyera, por caso, que las proposiciones involucradas en las paradojas semánticas constituyen *sinsentidos* y, no obstante, creyera que la manera correcta de dar lógicas *del* sinsentido no implica que este valor no clásico sea ineficcioso, podrá obtener, entre otras, las lógicas de Kleene (en su versión “fuerte”) y la lógica de Priest.

¹⁵ En rigor, tanto la lógica del sinsentido de Bochvar como la de Halldén cuentan con un operador de *sinsentido* o *asignificatividad* (más allá de los conectivos lógicos usuales, que utilizamos aquí). Decidimos, sin embargo, omitirlo en esta presentación, donde buscamos estudiar sus características generalizables. Para ser precisos, entonces, deberíamos decir que los sistemas que presentamos aquí son los fragmentos $\{\neg, \wedge, \vee\}$ (usualmente llamados *fragmentos clásicos*) de las lógicas del sinsentido debidas a estos filósofos.

Definición. La *lógica del sinsentido de Bochvar*, que llamaremos **B3**, es un par $\langle \mathcal{L}, \models_{\mathbf{B3}} \rangle$ tal que $\models_{\mathbf{B3}}$ es una relación de consecuencia inducida por una matriz lógica del sinsentido donde $\mathcal{D}_3 = \{t\}$.

Alternativamente, la *lógica del sinsentido de Halldén*, que llamaremos **H3**, es un par $\langle \mathcal{L}, \models_{\mathbf{H3}} \rangle$ tal que $\models_{\mathbf{H3}}$ es una relación de consecuencia inducida por una matriz lógica del sinsentido donde $\mathcal{D}_3 = \{t, i\}$.

El objetivo del presente escrito no es, sin embargo, estudiar particularmente las lógicas de Bochvar y Halldén, sino obtener generalizaciones a partir de ellas, para estudiarlas globalmente.

La primera generalización que propondremos refiere a los valores de verdad sin sentido. Llamamos la atención, aquí, sobre el hecho de que en la matriz lógica del sinsentido expuesta más arriba, dicho valor tiene un carácter que podríamos llamar *infecioso* y que algebraicamente podría caracterizarse como absorbente o anihilante.¹⁶ Podemos calificar este valor de tal modo, porque cada vez que una operación involucra un valor de este tipo, el resultado retorna ese mismo valor y no otro. Proponemos considerar, entonces, lógicas basadas en matrices lógicas que cuenten con valores de verdad que tengan esta característica.

Definición. Una matriz lógica *infeciosa* es un par $\langle \mathbf{L}, \mathcal{D}_L \rangle$ donde el primer elemento **L** es un álgebra $\langle \mathcal{V}_L, \mathcal{O}_L \rangle$, y el segundo elemento es un subconjunto propio del universo del álgebra, tal que en el álgebra existe un elemento z , i.e. un valor de verdad, de \mathcal{V}_L tal que para toda operación n -aria $f^\#$ incluida en \mathcal{O}_L :

$$\text{si } z \in \{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n\}, \text{ entonces } f^\#(\langle \mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n \rangle) = z$$

Dada esta definición de matriz lógica *infeciosa*, la consiguiente definición de *lógica infeciosa* es inmediata.

La segunda generalización que propondremos refiere a las políticas de Bochvar y Halldén respecto de los valores de verdad sin sentido. Intentaremos generalizar dichas políticas para lógicas que cuenten con valores absorbentes, anihilantes o *infeciosos*, sin exigir que dichos valores tengan la carga filosófica de ser pensados como valores sin sentido.

¹⁶ Véase Humberstone (2014) y las referencias allí citadas.

Definición. Dado una matriz lógica infecciosa $\langle \mathbf{L}, \mathcal{D}_L \rangle$ donde \mathbf{L} es un álgebra de la forma $\langle \mathcal{V}_L, \mathcal{O}_L \rangle$, tal que su valor infeccioso característico es un determinado z perteneciente a \mathcal{V}_L , diremos que las lógicas $\langle \mathcal{L}, \vDash_L \rangle$ definidas en base a dicha matriz adoptan:

- una *política de Bochvar* respecto de su valor infeccioso, si $z \notin \mathcal{D}_L$
- una *política de Halldén* respecto de su valor infeccioso, si $z \in \mathcal{D}_L$

Proseguimos en esta sección constatando que los valores de verdad infecciosos se transmiten de manera indefectible desde las mínimas letras proposicionales que aparecen en una fórmula hasta el valor de verdad de la fórmula misma.

Proposición. Sea $\langle \mathcal{L}, \vDash_L \rangle$ una lógica infecciosa, tal que su valor infeccioso es z , y sea v una valuación para \mathbf{L} .

Si B es una fórmula del lenguaje de \mathbf{L} tal que p es una letra proposicional que aparece en B —es decir, $p \in \text{At}(B)$ — y asimismo $v(p) = z$, entonces también $v(B) = z$.

Prueba: Probamos este resultado por inducción en la complejidad de B .

Caso base: $B = p$. En este caso, trivialmente $v(p) = v(B) = z$

Hipótesis Inductiva:

Para $n \geq 0$ y para toda fórmula B con una cantidad $k \leq n$ de conectivos lógicos, si existe $p \in \text{At}(B)$ tal que $v(p) = z$, entonces $v(B) = z$. Sea B con $n + 1$ conectivos y supóngase que existe $p \in \text{At}(B)$ tal que $v(p) = z$.

Paso Inductivo: Ofrecemos la prueba para una conectiva genérica $\#$ de aridad m .

Sea $B = \#(C_1, \dots, C_m)$. Dado $p \in \text{At}(\#(C_1, \dots, C_m))$, entonces sabemos que para algún $i \in \{1, \dots, m\}$, se da que $p \in \text{At}(C_i)$. En cuyo caso, por la Tesis Inductiva sabemos que $v(p) = v(C_i) = z$. Finalmente, dado que \mathbf{L} es una lógica infecciosa, la función $f^\#$ arroja que $v(p) = v(C_i) = v(\#(C_1, \dots, C_m)) = v(B) = z$.

En lo que sigue mostramos que ciertas lógicas infecciosas satisfacen el criterio de relevancia defendido por Anderson y Belnap (1975); criterio que detallamos acto seguido.¹⁷

¹⁷ Agradezco a un evaluador externo sus comentarios para mejorar la exposición de esta prueba.

Definición. Un argumento $\Gamma \vDash_{\mathbf{L}} B$ válido en una determinada lógica \mathbf{L} cumple la propiedad de “variables compartidas” entre las premisas Γ y la conclusión B solo si $\text{At}(\Gamma) \cap \text{At}(B) \neq \emptyset$

Definición. Una lógica \mathbf{L} es llamada *relevante* si y solo si todo argumento válido en ella cumple la propiedad de “variables compartidas”.

Nótese que si un argumento cumple los criterios relevantistas que llamaremos más abajo *\vDash -Principio Proscriptivo* y *\vDash -Principio Permisivo*, entonces gracias a razonamientos conjuntistas estándares es fácil concluir que cumple el criterio de “variables compartidas”.

En lo que sigue, mostraremos que, bajo ciertas condiciones, las lógicas infecciosas cumplen con el *\vDash -Principio Proscriptivo*, o bien con el *\vDash -Principio Permisivo*.

Definición. Un argumento de un conjunto de premisas Γ a una conclusión B , que es válido en una lógica \mathbf{L} respeta el *\vDash -Principio Proscriptivo* solo si $\text{At}(B) \subseteq \text{At}(\Gamma)$.

Una lógica $\langle \mathcal{L}, \vDash_{\mathbf{L}} \rangle$ respeta el *\vDash -Principio Proscriptivo* si y solo si todo argumento válido en ella lo respeta.

Llamamos aquí la atención sobre la relación íntima que hay entre el *\vDash -Principio Proscriptivo* y el criterio propuesto (A2) para determinar si una inferencia o argumento es analítico. Esta coincidencia se vuelve aún más fructífera a la luz del siguiente resultado.

Teorema. Considérese una lógica $\langle \mathcal{L}, \vDash_{\mathbf{L}} \rangle$, donde el primer elemento es un lenguaje lógico y el segundo elemento es una *relación de consecuencia* entre conjuntos de fórmulas y fórmulas. Sea esta relación de consecuencia inducida por una matriz lógica $\langle \mathbf{L}, \mathcal{D}_{\mathbf{L}} \rangle$.

Si esta matriz lógica es tal que:

- la lógica en cuestión es una lógica infecciosa, donde x es su valor infeccioso distintivo
- $x \notin \mathcal{D}_{\mathbf{L}}$, es decir, la lógica adopta una *política de Bochvar* respecto de x
- Para todo conjunto de fórmulas Γ hay una valuación v , tal que $v(\Gamma) \subseteq \mathcal{D}_{\mathbf{L}}$
- $\Gamma \vDash_{\mathbf{L}} B$ se lee como “para toda valuación v , $v(\Gamma) \subseteq \mathcal{D}_{\mathbf{L}}$ implica $v(B) \in \mathcal{D}_{\mathbf{L}}$ ”

Entonces la lógica en cuestión satisface el *\vDash -Principio Proscriptivo*.

Prueba: véase Ferguson (2015), Observación 1.

Definición. Un argumento de un conjunto de premisas Γ a una conclusión B , que es válido en una lógica \mathbf{L} respeta el \models -Principio Permisivo solo si existe un $\Gamma^* \subseteq \Gamma$ no vacío (i.e. $\Gamma^* \neq \emptyset$), tal que $\text{At}(\Gamma^*) \subseteq \text{At}(B)$.

Una lógica $\langle \mathcal{L}, \models_{\mathbf{L}} \rangle$ respeta el \models -Principio Permisivo si y solo si todo argumento válido en ella lo respeta.

Análogamente, llamamos aquí la atención sobre la relación íntima que hay entre el \models -Principio Permisivo y el criterio propuesto (S3) para determinar si una inferencia o argumento es sintético. Nuevamente, esta coincidencia se vuelve aún más fructífera a la luz del siguiente resultado.

Teorema. Considérese una lógica $\langle \mathcal{L}, \models_{\mathbf{L}} \rangle$, donde el primer elemento es un lenguaje lógico y el segundo elemento es una *relación de consecuencia* entre conjuntos de fórmulas y fórmulas. Sea esta relación de consecuencia inducida por una matriz lógica $\langle \mathbf{L}, \mathcal{D}_{\mathbf{L}} \rangle$.

Si esta matriz lógica es tal que:

- la lógica en cuestión es una lógica infecciosa, donde x es su valor infeccioso distintivo
- $x \in \mathcal{D}_{\mathbf{L}}$, es decir, la lógica adopta una *política de Halldén* respecto de x
- Para toda fórmula hay una valuación v , tal que $v(B) \notin \mathcal{D}_{\mathbf{L}}$ (obsérvese que esto significa que la lógica no tiene teoremas)
- $\Gamma \models_{\mathbf{L}} B$ se lee como “para toda valuación v , $v(\Gamma) \subseteq \mathcal{D}_{\mathbf{L}}$ implica $v(B) \in \mathcal{D}_{\mathbf{L}}$ ”

Entonces la lógica en cuestión satisface el \models -Principio Permisivo.

Prueba: Sea $\Gamma \setminus \Delta$ el resultado de sustraer de Γ aquellos elementos que están en Δ . Supongamos, por absurdo, que el antecedente del teorema se da, i.e. en particular que $\Gamma \models_{\mathbf{L}} B$ y que $\emptyset \not\models_{\mathbf{L}} B$, al mismo tiempo que, sin embargo, la lógica \mathbf{L} no satisface el \models -Principio Permisivo.

Esto implica que no hay un subconjunto no vacío $\Gamma^* \subseteq \Gamma$, tal que $\text{At}(\Gamma^*) \subseteq \text{At}(B)$. Dada nuestra hipótesis y un poco de razonamiento conjuntista estándar, sabemos que para todo $C \in \Gamma$, $\{C\} \subseteq \Gamma$. Dadas nuestras premisas, sabemos que para todo conjunto no vacío $\Gamma^* \subseteq \Gamma$, $\text{At}(\Gamma^*) \not\subseteq \text{At}(B)$, podemos arribar de manera legítima a: para todo $C \in \Gamma$, $\text{At}(C) \not\subseteq \text{At}(B)$. Luego, resulta justificado asumir que para todo $C \in \Gamma$,

$At(C) \setminus At(B) \neq \emptyset$. Obsérvese que, para todo $C \in \Gamma$, los conjuntos $At(C) \setminus At(B)$ y $At(B)$ son disjuntos. Ahora, sea v una valuación tal que $v(B) \notin \mathcal{D}_L$. Dado que $At(C) \setminus At(B)$ y $At(B)$ son disjuntos, podemos asumir que, para todo $C \in \Gamma$ y para todo $p \in At(C) \setminus At(B)$, $v(p) = x$. Luego, para todo $C \in \Gamma$, $v(C) = x$, de lo cual se infiere que $v(\Gamma) \subseteq \mathcal{D}_L$. Finalmente, v es una valuación testigo de que $\Gamma \not\models_L B$, lo cual contradice nuestro supuesto inicial.¹⁸

De los resultados recién expuestos se sigue que una lógica que satisfaga el *Principio Proscriptivo* tiene una de las propiedades que, hemos propuesto, debería tener una lógica *analítica*; es decir, una lógica tal que todos sus argumentos válidos tienen la propiedad de ser analíticos.

Correlativamente, se sigue que una lógica que satisfaga el *Principio Permisivo* tiene una de las propiedades que, hemos propuesto, debería tener una lógica *sintética*; es decir, una lógica tal que todos sus argumentos válidos tienen la propiedad de ser sintéticos.

En virtud de ello, resaltamos que las lógicas infecciosas — destacadas generalizaciones técnicas del comportamiento semántico distintivo de las *lógicas del sinsentido* de Bochvar y Halldén— juegan un rol fundamental en la investigación de las inferencias analíticas o sintéticas y, por consiguiente, de las lógicas de este tipo.

El sentido del sinsentido, así considerado, es colaborar en la comprensión y facilitar la obtención de sistemas analíticos y sintéticos. Es decir, tanto de sistemas donde *todos* los argumentos válidos sean analíticos, como de sistemas donde *todos* los argumentos válidos sean sintéticos. Esto es posible de ser realizado de manera simple y sistemática, mediante la manipulación de elementos semánticos, como el carácter designado o no designado del valor *infeccioso*, cuyo comportamiento semántico está inspirado en el valor *sin sentido* de las lógicas homónimas de Bochvar y Halldén.

Agradecimientos

Una versión de este artículo fue presentada en el 4to Coloquio de Jóvenes Investigadores en Filosofía Analítica (JIFA), que tuvo lugar en la Sociedad Argentina de Análisis Filosófico (SADAF) entre el 8 y el 10 de Junio de 2016. Agradezco a la audiencia allí presente, especialmente a Alberto Moretti, por sus comentarios. Por último, agradezco también

¹⁸ Agradezco a un evaluador externo sus comentarios para mejorar la exposición de esta prueba.

a los miembros del Buenos Aires Logic Group, a los miembros del seminario Work In Progress (WIP) coordinado por Eduardo Barrio, y a los evaluadores de Análisis Filosófico por sus observaciones y sugerencias, que llevaron a mejorar el presente trabajo. Este trabajo fue escrito durante una Beca Interna Doctoral otorgada por el CONICET.

Bibliografía

- Anderson, A. R. y Belnap, N. D. (1975), *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*, vol. 1, Princeton, Princeton University Press.
- Barrio, E. (ed.) (2014), *La lógica de la verdad*, Buenos Aires, EUDEBA.
- Bochvar, D. A. (1938/1981), “On a Three-Valued Logical Calculus and Its Application to the Analysis of the Paradoxes of the Classical Extended Functional Calculus”, *History and Philosophy of Logic*, 2 (1-2), pp. 87-112.
- Ferguson, T. M. (2015), “Logics of Nonsense and Parry Systems”, *Journal of Philosophical Logic*, 44 (1), pp. 65-80.
- Gómez Torrente, M. (2015), “La paradoja de Sorites”, en Barrio, E. (ed.), *Paradojas, paradojas y más paradojas*, Londres, College Publications, pp. 287-301.
- Halldén, S. (1949), *The Logic of Nonsense*, Uppsala, Uppsala Universitets Arsskrift.
- Humberstone, L. (2014), “Power Matrices and Dunn-Belnap Semantics: Reflections on a Remark of Graham Priest”, *The Australasian Journal of Logic*, 11 (1), pp. 14-45.
- Kant, I. (1781/2009), *Crítica de la Razón Pura*, trad. y prólogo de M. Caimi, Buenos Aires, Colihue.
- Lewis, D. (1988), “Statements partly about Observation”, en *Papers in Philosophical Logic*, Cambridge, Cambridge University Press, pp. 125-155.
- Paoli, F. (2013), *Substructural Logics: A Primer*, Dordrecht, Springer.
- Shoemith, D. y Smiley, T. (1978), *Multiple-conclusion Logic*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Yablo, S. (2014), *Aboutness*, Princeton, Princeton University Press.

Recibido el 3 de agosto de 2016; revisado el 28 de febrero de 2017; aceptado el 18 de mayo de 2017.